

VI Colóquio Internacional

“Educação e Contemporaneidade”



São Cristovão-SE/Brasil
20 a 22 de setembro de 2012

**A EDUCAÇÃO ALGÉBRICA NO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL
NO LIVRO DIDÁTICO *TUDO É MATEMÁTICA: Uma análise sobre as
dimensões equacional e estrutural***

Dariela Santos Passos¹
Rita de Cássia Pistóia Mariani²

EIXO TEMÁTICO: Educação e Ensino de Ciências Exatas e Biológica

RESUMO

Nesta pesquisa objetivamos investigar se e como os registros de representação semiótica são mobilizados nas atividades propostas pelo livro didático (LD) *Tudo é Matemática* (DANTE, 2010) do 8º ano do Ensino Fundamental ao enfatizar as dimensões da álgebra. Nessa perspectiva, tomamos como sustentação teórica Duval (2003, 2009, 2011), Brasil (1998). A análise segue os pressupostos da análise de conteúdo (BARDIN, 2010). Concluímos que o LD apresenta atividades classificadas em todas as dimensões da álgebra, contemplando as transformações de tratamento e conversões. No entanto, priorizam a dimensão da álgebra como equações, seguida da dimensão estrutural. Dentre as atividades propostas no livro didático e categorizadas na dimensão da álgebra como equações e estrutural priorizam tratamento entre as transformações de registros. Já a conversão de registros na dimensão das equações possibilita a mobilização de diversos sentidos desse tipo de transformação.

Palavras chave: Educação Algébrica. Livro Didático. Dimensões da Álgebra. Registros de Representação Semiótica.

ABSTRACT

In this study we aimed to investigate whether and how the registers of semiotic representation are mobilized in the activities proposed by the textbook *Everything is Mathematics* (DANTE, 2010) of the 8th grade of elementary school to emphasize the dimensions of algebra: generalized arithmetic, functional equations and structural. From this perspective, we take as theoretical support Duval (2003, 2009, 2011), Brazil (1998). Based on data collected and following the assumptions of content analysis we conclude that the relationship between LD establishes content of school mathematics that belong to the field of algebra and geometry, which aims to bring these two fields through conversions that contribute to understanding cognitive the student. The LD has classified activities in all aspects of algebra, considering the changes in treatment and conversions. However, prioritize the dimension of algebra and equations, then the structural dimension.

¹ Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática/UFS, Professora da rede municipal de ensino de Ribeirópolis/SE. E-mail: darielapassos@yahoo.com.br.

² Doutora em Educação Matemática pela PUC/SP, Professora do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Sergipe. E-mail: rcpmariani@yahoo.com.br.

Keywords: Algebraic Education. Textbook. Dimensions of the Algebra. Semiotic Representation Registers.

Introdução

Na atualidade, um dos grandes desafios do professor de Matemática refere-se à organização e seleção de encaminhamentos didáticos que priorizam a mobilização de objetos matemáticos por meio da leitura, escrita, interpretação, visualização e argumentação, objetivando o desenvolvimento de competências e habilidades que permitam compreender a matemática como algo flexível às inter-relações entre os seus vários conceitos e seus vários modos de representação (BRASIL, 1998).

Nessa perspectiva e vivenciando a prática docente questionamo-nos sobre o processo de ensino e aprendizagem dos objetos matemáticos³ que enfatizam o uso das letras e suas diferentes finalidades, pois constatamos que a maioria dos alunos não identifica a singularidade e as inter-relações das atividades matemáticas que estão diretamente relacionadas ao desenvolvimento do pensamento algébrico⁴.

Ao trabalhar os conteúdos escolares denominados expressões algébricas, equações do 1º grau, polinômios, produtos notáveis, sistemas equações do 1º grau, função polinomial do 1º grau, entre outros, torna-se necessário que os estudantes reconheçam que as letras podem expressar generalizações de propriedades, assumir valores desconhecidos, exprimir relações entre grandezas ou conjuntos numéricos ou ainda representar símbolos abstratos.

Sendo assim, e por acreditar que a pesquisa acadêmica pode ser instigada tanto por questões práticas quanto teóricas, é que optamos por desenvolver essa investigação tendo como eixo norteador a educação algébrica⁵.

Observamos que no Ensino Fundamental, etapa em que se inicia a sistematização do pensamento algébrico, há um excesso significativo no número de aulas destinadas a conteúdos matemáticos da álgebra escolar sendo que “a ênfase que os professores dão a esse

³ A expressão objeto matemático, singular ou plural, é entendida segundo o pensamento de Duval (2003, 2009, 2011), como sendo os conceitos, propriedades, estrutura e relações que podem expressar diferentes situações de um conteúdo matemático.

⁴ Nesta pesquisa, o pensamento algébrico segue o entendimento de Ponte (2006, p.7) destacando que tal pensamento “inclui a capacidade de lidar com o cálculo algébrico e as funções. E, pela mesma forma, inclui a capacidade de lidar com muitas outras estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios”.

⁵ Neste trabalho, a expressão educação algébrica vincula o pensamento algébrico ao processo de ensino e aprendizagem de conteúdos da Matemática escolar. Destaca-se, inclusive as funções assumidas pelas letras como generalizadoras de padrões aritméticos, como procedimentos para resolver problemas, como estudo das relações entre grandezas ou como estudo das estruturas e propriedades da álgebra (BRASIL, 1998; USISKIN, 1994).

ensino não garante o sucesso dos alunos, a julgar tanto pelas pesquisas em Educação Matemática como pelo desempenho dos alunos nas avaliações que têm ocorrido em muitas escolas” (BRASIL, 1998, p. 115).

Os professores diante do baixo rendimento dos alunos propõem, na maioria das vezes, uma quantidade expressiva de atividades repetitivas e mecânicas que não os preparam para entender a linguagem simbólica que expressa generalizações, modelações e abstrações (BRASIL, 2007). Para Kieran (1992, p. 413), “os professores ensinam a álgebra que é apresentada nos livros texto” em seu trabalho nas aulas de Matemática.

Nesse âmbito, emerge um debate sobre a influência do LD e o papel do professor e do aluno frente a esse recurso auxiliar no processo educativo. Para Barreto e Monteiro (2008, p. 25), “o livro didático tem importância na prática pedagógica por ser suporte teórico e prático para o aluno, instrumento de apoio para o professor e por constituir uma organização possível do conteúdo a ser ensinado”.

No entanto, Freitag, Costa e Motta (1989 *apud* BOLIGIAN, 2010, p. 41) destacam que para a maioria dos professores brasileiros, esse recurso:

[...] não funciona em sala de aula como um instrumento auxiliar para conduzir o processo de ensino e transmissão do conhecimento, mas como o modelo-padrão, a autoridade absoluta, o critério último de verdade. Neste sentido, os livros parecem estar modelando os professores. O conteúdo ideológico do livro é absorvido pelo professor e repassado ao aluno de forma acrítica e não distanciada.

Diante desse contexto, percebemos que o LD revela o ponto de vista de seus autores, influenciando os encaminhamentos didáticos dos professores. Podemos encontrar em muitos dos livros didáticos de Matemática, conteúdos algébricos com a linguagem matemática caracterizada com rigor e certo distanciamento do cotidiano do aluno.

Esse tipo de linguagem, por sua vez, pode dificultar a compreensão, tanto do aluno quanto do professor, tendo em vista alguns conceitos, propriedades ou relações estarem implícitos no desenvolvimento do conteúdo em questão. Autores como Colombo, Flores e Moretti (2008, p. 45) entendem que para haver apreensão⁶ dos conhecimentos matemáticos é necessária a “utilização de outros sistemas de expressão e de representação”.

Tendências atuais da Educação Matemática presentes nos PCN (BRASIL, 1998); nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias) – PCN+ (BRASIL, 2002); nas Orientações Curriculares para o Ensino

⁶ Nesta pesquisa, o termo apreensão será utilizado adotando as orientações apresentadas por DUVAL (2003, 2009) que o expõe como sinônimo de apreender.

Médio (BRASIL, 2006); na teoria dos registros de representação semiótica (DUVAL, 2003, 2009, 2011); nas representações múltiplas (BORBA e PENTEADO, 2007); entre tantas outras, sugerem que os encaminhamentos didáticos dos professores de Matemática devem valorizar a mobilização não só da língua natural e das representações algébricas, como também, da gráfica, geométrica ou simbólica.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 88) apontam, por exemplo, que não existe maneira única de se expressar o pensamento algébrico, pois ele pode acontecer de várias formas, seja “através da linguagem natural, através da linguagem aritmética, através da linguagem geométrica ou através da criação de uma linguagem específica para esse fim, isto é, por meio de uma linguagem algébrica de natureza estritamente simbólica”.

Nesse contexto, e tendo em vista que o trabalho com a matemática advém de objetos abstratos e conceitos indiretamente acessíveis à percepção, corroboramos com Duval (2003, 2009, 2011) ao considerar que para haver apreensão matemática e, conseqüentemente, o desenvolvimento cognitivo dos discentes torna-se necessário o emprego e a transformação de várias representações, mobilizando conceitos algébricos, geométricos, numéricos, gráficos, tabelas e a linguagem matemática.

[...] só é possível conhecer, compreender, aprender matemática pela utilização das representações semióticas do objeto matemático. E vai mais além: o sujeito precisa mobilizar tais representações para verdadeiramente conhecer, ou seja, operar com elas, “converter” instantaneamente uma representação do objeto matemático, dado num sistema semiótico, em outra representação de um outro sistema semiótico, que seja mais econômico cognitivamente, na resolução de um dado problema (COLOMBO; FLORES; MORETTI, 2008, p. 45).

Nessa perspectiva é que investigamos a educação algébrica no 8º ano do Ensino Fundamental. Para tanto, tomamos como suporte o livro didático adotado nesse ano escolar, em todas as escolas públicas do município de Ribeirópolis/SE⁷.

Esse artigo é parte integrante de uma pesquisa de mestrado vinculada ao NPGECIMA/UFS, intitulada *A educação algébrica no 8º ano do ensino fundamental das escolas públicas de Ribeirópolis/SE: entendimentos dos professores de Matemática*, que objetivava investigar os entendimentos dos professores de Matemática das escolas públicas de Ribeirópolis/SE em relação à educação algébrica no 8º ano do Ensino Fundamental, mas nesse trabalho iremos apresentar apenas a análise das dimensões equacional e estrutural.

Tal escolha ocorreu inicialmente devido à ênfase atribuída aos conteúdos da Matemática escolar, trabalhados no 8º ano, pois, em anos anteriores, “é suficiente que os

⁷ Cidade do interior do estado de Sergipe, distante 75 km da capital Aracaju, com 17.173 habitantes, de acordo com o censo demográfico de 2010 <www.ibge.gov.br>.

alunos compreendam a noção de variável e reconheçam a expressão algébrica como uma forma de traduzir a relação existente entre a variação de duas grandezas” (BRASIL, 1998, p. 68).

Para tanto, adotamos o referencial teórico sobre os registros de representação semiótica fundamentados em Duval (2003, 2009, 2011) e sobre as dimensões de álgebra defendidas pelos PCN (BRASIL, 1998). Assumimos assim que esses referenciais põem em proeminência a possibilidade de existir várias formas de idealizar, de perceber um mesmo objeto matemático. Consequentemente, de representá-lo, sendo nesse caso, a compreensão conceitual observada quando se identificam as diferentes representações no desenvolvimento do pensamento algébrico.

Vale ainda ressaltar que procuramos trabalhar a partir das orientações presentes nos PCN (BRASIL, 1998), por considerá-los norteadores dos encaminhamentos didáticos do professor. Assim também, do Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Fundamental – PNLD (BRASIL, 2007), do qual o LD é distribuído para todas as escolas públicas do Brasil.

Os Registros de Representação Semiótica e as Dimensões da Álgebra

A comunicação em Matemática acontece por meio de representações dos objetos matemáticos, os quais são estudados ou ensinados a partir de conceitos, propriedades, estruturas e relações. Para tanto, se faz necessário compreender o que são essas representações, tão importantes ao funcionamento e desenvolvimento do conhecimento matemático, independentemente de qual seja o objeto matemático.

A teoria dos registros de representação semiótica é adotada na perspectiva de uma abordagem cognitiva direcionada, sobretudo, à atividade matemática e aos problemas de tal aprendizagem. Isso porque, de acordo com Duval (2003, 2009, 2011), a aquisição do conhecimento matemático se dá por meio do desenvolvimento geral das capacidades de raciocínio, de análise e de visualização, visto que esses objetos não são perceptíveis ou observáveis por meio de instrumentos, mas, através da variedade das representações semióticas.

Tais características diferenciam a atividade cognitiva requerida pela Matemática dos outros domínios do conhecimento. Para haver apreensão dos objetos matemáticos, é imprescindível mobilizar vários registros de representação, bem como, coordenar as transformações de um registro para outro. Segundo Moretti (2002, p. 344), “o trânsito entre as

mais diversas representações possíveis de um mesmo objeto matemático em questão é que assume importância fundamental” para a aprendizagem.

Os registros de representação utilizados na Matemática são expostos em diferentes tipos, desse modo, adotamos nessa pesquisa oito deles: língua natural, os sistemas de escritas (numérico, algébrico, simbólico e tabular), geométrico, figural e gráfico, de acordo com a seguinte terminologia: Registro Algébrico (RAI), Registro Numérico (RNm), Registro em Língua Natural (RLN), Registro Gráfico (RGr), Registro Geométrico (RGe), Registro Figural (RFg), Registro Tabular (RTb) e Registro Simbólico (RSb) com a competência de mobilizar tratamento (T) ou conversão (C), nas transformações semióticas.

A mobilização dos distintos registros é quem determina as duas transformações de registros definidas por Duval, (2003, 2009), a saber: tratamento e conversão. O tratamento é uma transformação interna a um registro e a conversão é uma transformação externa. Enquanto o tratamento é estabelecido dentro do mesmo registro, a conversão ocorre entre registros distintos, ou seja, consiste na transformação de uma representação em outra, conservando a totalidade ou parte do conteúdo inicial, mas modificando o sistema semiótico. Tal atividade não é “puramente mental” e não é absorvida naturalmente pelos alunos.

Na Figura 01, o RAI, por exemplo, passou por mudanças de tratamento que são internas ao seu sistema representacional de origem, uma vez que a expressão $A_1(n) = (n + 2)n + 1 \cdot n$ foi simplificada para $A_1(n) = n^2 + 3n$ por meio de operação de adição e do emprego da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

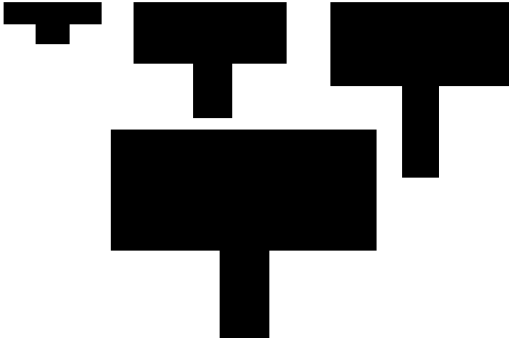
Figura 01: Atividade que exemplifica tratamento RAI

<p style="text-align: center;">Registro Algébrico (RAI)</p> $A_1 : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ $A_1(n) = (n + 2)n + 1 \cdot n$ $A_1(n) = n^2 + 2n + n$ $A_1(n) = n^2 + 3n$
--

FONTE: De nossa autoria

A transformação de conversão pode ser evidenciada, por exemplo, ao representar geometricamente, ou seja, no RGe o enunciado do problema exposto no RLN. Como a conversão é aliada à mobilização de conceitos próprios a cada sistema representacional, na conversão supracitada (RLN→RGe), os termos área, retângulo, base, altura e ponto médio foram empregados para construir as representações que seguem:

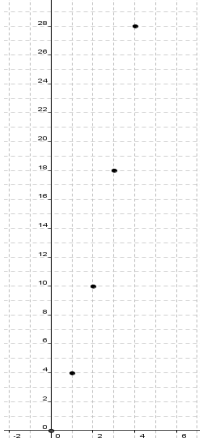
Figura 02: Atividade que exemplifica conversão RLN→RGe

<p>Registro na Língua Natural (RLN)</p> <p>Determine a área total de uma sequência de figuras geométricas compostas por dois retângulos. O RETÂNGULO1 possui duas unidades a mais na base em relação à altura. E o RETÂNGULO2 altura igual a do RETÂNGULO1 e base fixada em uma unidade construída a partir do ponto médio da base do primeiro retângulo.</p>	<p>Registro Geométrico (RGe)</p> 
--	--

FONTE: De nossa autoria

Para solucionar o problema proposto também podemos perceber a transformação de conversão que parte do RAl, por meio da generalização da fórmula geral da soma das áreas dos dois retângulos, em direção ao RGr, revelando uma relação funcional, ou seja $RAl \rightarrow RGr$, como o exposto na Figura 03.

Figura 03: Atividade que exemplifica conversão $RAl \rightarrow RGr$

<p>Registro Algébrico (RAI)</p> $A_t : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ $A_t(n) = n^2 + 3n$	<p>Registro Gráfico (RGr)</p> 
--	--

FONTE: De nossa autoria

Como explicitamos anteriormente, Duval (2003, 2009, 2011) considera que só há compreensão matemática quando o aluno tem a capacidade de mudar de um registro para outro, transitando pelos vários registros, ou seja, utilizando-se dos procedimentos de conversão que lhe permite a inferência de vários conceitos matemáticos.

As representações diferentes de um mesmo objeto, não têm evidentemente o mesmo conteúdo. Cada conteúdo é comandado por um sistema pelo qual a representação foi produzida. Daí a consequência de que cada representação não apresenta as mesmas propriedades ou as mesmas características do objeto. Nenhum sistema de representação pode produzir uma representação cujo conteúdo seja completo e adequado ao objeto representado (DUVAL *apud* COLOMBO et al, 2009, p. 96).

Retomando o exemplo de conversão $RAI \rightarrow RGr$ (Figura 03) que modela a área total de uma região plana formada por dois retângulos, é importante destacar que, se considerarmos essa construção simplesmente pela substituição dos valores, determinando os pares ordenados na equação, por meio do RTb, estaremos diante de uma resolução pontual, que não promove a apreensão global dos conceitos, propriedades e características próprias da representação gráfica. Além de não contribuir para a identificação das variáveis visuais pertinentes desse registro, que permitem determinar a conversão no sentido contrário, ou seja, $RGr \rightarrow RAI$, tomando ou não como representação intermediária o RTb.

A partir desse exemplo, podemos justificar a potencialidade e a relevância das conversões de registros de representação semiótica e, ao mesmo tempo, alertar para o fato de que a aprendizagem matemática não deve ocorrer por meio do enclausuramento de registros, isto é, por meio da mobilização de uma única representação do objeto em estudo (DUVAL, 2003).

Isso corrobora com o pensamento de Duval (2003, p. 21), ao destacar que esse tipo de ação “limita consideravelmente a capacidade dos alunos de utilizar os conhecimentos já adquiridos e suas possibilidades de adquirir novos conhecimentos matemáticos, fato esse que rapidamente limita sua capacidade de compreensão e aprendizagem”. Para os PCN:

As atividades algébricas propostas no ensino fundamental devem possibilitar que os alunos construam seu conhecimento a partir de situações-problema que confirmem significados à linguagem, aos conceitos e procedimentos referentes a esse tema, favorecendo o avanço do aluno quanto às diferentes interpretações das letras. Os contextos dos problemas deverão ser diversificados para que eles tenham oportunidade de construir a “sintaxe” das representações algébricas, traduzir as situações por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas e variáveis), e construir as “regras” para resolução de equações (BRASIL, 1998, p. 121-122, grifo do autor).

Esse documento curricular referenda uma educação algébrica visando atender as dimensões da álgebra vinculadas à aritmética generalizada, às equações, às estruturas e à iniciação ao estudo de funções, por meio do desenvolvimento de atividades que promovam generalizações ou estudo sobre variações entre grandezas.

Além disso, os PCN orientam que “para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico o aluno deve estar necessariamente engajado em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções da Álgebra” (BRASIL, 1998, p. 116). Sendo assim, para a atual pesquisa, embasamo-nos nas orientações propostas pelos PCN (BRASIL, 1998), que adota as

seguintes classificações: a Aritmética Generalizada (DAG), a Funcional (DFc), as Equações (DEq) ou a Estrutural (DEt)⁸.

Na dimensão da álgebra como aritmética generalizada, as variáveis assumem a função de generalizar, visto que, as letras substituem um valor numérico. Tal dimensão pode ser observada quando se expressa algebricamente uma operação ou propriedade matemática; uma sequência geométrica; uma situação em língua natural ou ainda, uma sequência de procedimentos numéricos.

Na dimensão funcional, as variáveis ostentam a posição ou de argumento ou de parâmetro. A primeira disposição é quando representa os valores do domínio de uma função; a segunda, quando representa um número do qual dependem outros números.

Na dimensão equacional da álgebra, é preciso resolver equações nas quais as letras assumem a função de incógnitas, com a finalidade de simplificar e determinar as expressões literais (USISKIN, 1994). Muitas atividades vinculadas a essa dimensão solicitam que seja definido o valor da incógnita, a qual pode ser expressa por meio do registro algébrico ou geométrico ou, ainda, expõe em seu enunciado a expressão algébrica, solicitando a imediata substituição desse valor.

A dimensão estrutural da álgebra consiste nas estruturas que fundamentam a escrita algébrica, explicando conceitos e propriedades deste objeto matemático. Nesse caso, as variáveis agora são consideradas objetos arbitrários da álgebra abstrata, não assumem nenhum valor numérico e não são representadas por meio de um gráfico (USISKIN, 1994).

Diante desse embasamento teórico apresentaremos as análises referentes às atividades propostas no livro didático *Tudo é Matemática* a partir das três fases da análise de conteúdo (BARDIN, 2010).

Os Registros e as Dimensões no livro didático *Tudo é Matemática*

A análise do LD considerou os princípios da análise de conteúdo, elaborada por Bardin (2010), que prevê a apreciação de documentos por meio de uma organização composta por três polos cronológicos, a saber: a pré-análise; a exploração do material; e, o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação.

Na pré-análise, ocorre “a escolha dos documentos a serem submetidos à análise, à formulação das hipóteses e dos objetivos e à elaboração dos indicadores que fundamentam a interpretação” (BARDIN, 2010, p. 121).

⁸ Como ressaltamos anteriormente, nesse artigo iremos apresentar a análise apenas de duas das dimensões da álgebra, as equações e a estrutural.

Nessa fase, sistematizamos as ideias iniciais, ou seja, constituímos o *corpus* documental da pesquisa. Para tanto, contatamos a equipe diretiva das escolas da rede pública de Ribeirópolis/SE para identificar o livro didático adotado no 8º ano do Ensino Fundamental e constatamos que todas as turmas participantes da pesquisa utilizam a obra *Tudo é Matemática*, de autoria de Luiz Roberto Dante, publicado pela editora Ática, ISBN 978 85 08 10142 9, 2010.

De acordo com o Programa Nacional do Livro Didático do Ensino Fundamental (PNLD/2011), que serve de suporte para a escolha do livro adotado nas escolas públicas de todo o país (BRASIL, 2010), essa coleção prioriza a resolução de problemas, atividades com cálculos mentais e por estimativas, propõe trabalhos e projetos coletivos, além da utilização de materiais concretos, calculadoras e recursos tecnológicos (DANTE, 2010).

De acordo com o Manual do Professor, a incidência percentual no 8º ano do Ensino Fundamental deve-se ao fato de que esse objeto matemático permite desenvolver:

[...] o pensamento algébrico, procurando generalizar propriedades das operações aritméticas; traduzindo situações-problema na linguagem matemática; generalizando regularidades; traduzindo tabelas e gráficos em leis matemáticas que relacionem duas variáveis; interpretando expressões algébricas, igualdades e desigualdades e resolvendo equações, inequações e sistemas. (DANTE, 2010, p. 12)

Como o autor se preocupa em apresentar, em todos os capítulos, conceitos, propriedades ou equações algébricas envolvendo de alguma forma as dimensões da álgebra optamos por analisar todas as atividades propostas no livro *Tudo é Matemática*, bem como, as das revisões cumulativas.

A partir dessa escolha, elencamos indicadores que nos permitiram buscar indícios sobre a educação algébrica, fundamentados na teoria dos registros de representação semiótica, no que tange a aprendizagem da matemática e a mobilização de várias representações.

Na segunda fase da análise de conteúdo, ocorre a exploração do material. Nesse momento, organizamos o quantitativo total de atividades presentes no LD, identificando em cada capítulo o total de questões, incluindo itens e subitens, para então selecionar as que mobilizavam a escrita literal e, por fim, nomear as que versavam sobre pelo menos uma das quatro dimensões da álgebra⁹, definidas por Brasil (1998).

⁹ Não foram categorizadas atividades que já continham resolução ou que solicitavam do aluno ações como inventar, criar ou elaborar, pois, apesar de explorar os RLN e RAI, não possibilitam categorizar a questão em nenhuma das quatro dimensões da álgebra.

Após a seleção das atividades que envolviam a escrita literal e enfatizavam pelo menos uma das dimensões da álgebra, passamos a codificá-las de acordo com as dimensões, as transformações de representações e os registros mobilizados. Nesse momento, constatamos que uma mesma atividade poderia ser qualificada por mais de uma dimensão da álgebra e de transformação de registros de representação semiótica.

Diante desses critérios, compilamos separadamente o quantitativo de atividades de cada capítulo e da revisão cumulativa, sendo que, das mil e quatorze (1014) atividades propostas, quinhentas e setenta e seis (576) envolvem a escrita literal e quinhentas e quarenta e seis (546) são elementos constituintes dessa pesquisa por enfatizar pelo menos uma das dimensões da álgebra. Além disso, como optamos por considerar as atividades presentes no decorrer dos capítulos (Capítulo I, Capítulo II, ..., Capítulo X), bem como, na Revisão Cumulativa (Rev. Cum. I, Rev. Cum. II, ..., Rev. Cum. X) nomeamos separadamente tais dados (Tabela 01):

Tabela 01: Quantitativo de atividades presentes no LD

	Total de atividades	Total de atividades com escrita literal	Total de atividades categorizadas
Capítulo I	63	20	20
Rev. Cum. I	23	11	10
Capítulo II	51	12	12
Rev. Cum. II	21	03	03
Capítulo III	66	64	56
Rev. Cum. III	26	15	15
Capítulo IV	40	02	02
Rev. Cum. IV	17	03	03
Capítulo V	105	101	92
Rev. Cum. V	26	13	12
Capítulo VI	77	76	72
Rev. Cum. VI	24	14	14
Capítulo VII	128	59	59
Rev. Cum. VII	29	13	13
Capítulo VIII	92	39	39
Rev. Cum. VIII	37	21	21
Capítulo IX	97	54	47
Rev. Cum. IX	28	11	11
Capítulo X	24	22	22
Rev. Cum. X	40	23	23
Total	1014	576	546

FONTE: De nossa autoria, baseado na análise do livro didático (DANTE, 2010)

Após a categorização de 94,79% das atividades que solicitam a escrita literal em sua resolução (Tabela 01), passamos a classificá-las de acordo com o tipo de transformação de representações semióticas, bem como, identificando os registros envolvidos em cada fase da resolução.

A partir dessa disposição, elaboramos dez (10) tabelas, cada uma correspondendo a um capítulo do livro, organizadas de modo a conter colunas especificando o número da

questão, acompanhado do subitem, conforme o livro didático; as dimensões da álgebra enfatizadas; os registros mobilizados e o tipo de transformação das representações semióticas.

Na terceira e última etapa da análise de conteúdo, ocorre o tratamento e a interpretação dos resultados obtidos por meio do estabelecimento de “quadros de resultados, diagramas, figuras e modelos, os quais condensam e põem em relevo as informações fornecidas pela análise” (BARDIN, 2010, p. 127).

A partir das 10 (dez) tabelas elaboradas, acoplamos o quantitativo de questões e calculamos os percentuais correspondentes às transformações de registros em cada dimensão, por cada capítulo do livro didático. Posteriormente, compilamos os dados reminiscentes de todos os capítulos do LD (Tabela 02) e concluímos que 58,52% das atividades que mobilizam o objeto matemático álgebra, através de tratamentos ou conversões, referem-se à dimensão da álgebra como equações; 29,65% classificam-se na dimensão estrutural da álgebra; 7,72% como aritmética generalizada e apenas 4,11% das atividades faz referência à dimensão da álgebra como funcional.

Tabela 02: Atividades categorizadas no LD

Dimensões da Álgebra	Transformação de Registros de Representação Semiótica				Total	
	Tratamento		Conversão			
Aritmética generalizada	38	1,86%	120	5,86%	158	7,72%
Funcional	37	1,81%	47	2,30%	84	4,11%
Equações	856	41,82%	342	16,70%	1198	58,52%
Estrutural	599	29,26%	08	0,39%	607	29,65%
Total	1530	74,75%	517	25,25%	2047	100,00%

FONTE: De nossa autoria, baseado na análise do livro didático (DANTE, 2010)

A fim de elucidar as características das atividades propostas, a partir de agora, vamos nos deter nas dimensões e nos registros privilegiados, expondo a categorização e a análise das dimensões da álgebra como equações (Tabela 03) e como estrutural (Tabela 04).

Na dimensão da álgebra como equações, as letras assumem a função de incógnita e os enunciados solicitam o valor numérico envolvendo a representação algébrica por meio de expressões literais ou de conceitos e propriedades matemáticas inerentes às representações geométricas, abordando conteúdos próprios do campo da álgebra, da geometria, dos números e operações e das grandezas e medidas. Por esses motivos, a dimensão equacional é a única dimensão que está presente no decorrer de todos os capítulos do livro didático *Tudo é Matemática*, totalizando 58,52% das atividades propostas.

Vale ressaltar que a resolução de equações é um conteúdo matemático iniciado no 7º ano e que existem resultados de pesquisas, como a desenvolvida por Beltrame (2009), que evidenciam o número excessivo de problemas propostos nessa dimensão já no 7º ano. Para a

autora, a abordagem das dimensões da álgebra não ocorre de forma igualitária¹⁰ devido “a importância atribuída ao uso da variável como termo desconhecido (incógnita)” (BELTRAME, 2009, p. 151).

A fim de elucidar o modo como essa dimensão é trabalhada, passamos a analisá-la segundo os princípios das transformações de registros semióticos.

Tabela 03: Atividades na dimensão da álgebra como equações no LD

D	Registros mobilizados	Total na dimensão	Porcentagem total dimensão	Porcentagem na dimensão transformação	Porcentagem no livro	Total livro	Porcentagem
DEq	RNm	559	46,66	65,30	27,31	856	41,82
	RAI	295	24,62	34,46	14,41		
	RSb	1	0,08	0,12	0,05		
	RGe	1	0,08	0,12	0,05		
	RGe→RNm	93	7,76	27,19	4,54	342	16,70
	RLN→RGe→RNm	23	1,92	6,73	1,12		
	RLN→RNm	9	0,75	2,63	0,44		
	RLN→RAI→RNm	39	3,26	11,40	1,91		
	RFg→RNm	2	0,17	0,58	0,10		
	RFg→RAI→RNm	1	0,08	0,29	0,05		
	RGe→RAI→RNm	16	1,34	4,68	0,78		
	RLN→RGe→RAI→RNm	22	1,84	6,43	1,07		
	RAI→RNm	2	0,17	0,58	0,10		
	RLN→RAI	47	3,92	13,74	2,30		
	RLN→RGe→RAI	20	1,67	5,85	0,98		
	RGe→RAI	11	0,92	3,22	0,54		
	RFg→RAI	1	0,08	0,29	0,05		
	RNm→RGe	1	0,08	0,29	0,05		
	RAI→RNm→RSb	46	3,84	13,45	2,25		
	RAI→RSb→RGe	7	0,58	2,05	0,34		
RNm→RLN	1	0,08	0,29	0,05			
RLN→RGe	1	0,08	0,29	0,05			
Total de atividades do livro						1198	58,52

FONTE: De nossa autoria, baseado em Dante (2010)

Dentre as atividades categorizadas na dimensão equacional da álgebra, observamos que 27,31% envolvem tratamento no RNm e 14,41% no RAI (Tabela 03). Vale ressaltar que os critérios de classificação de uma atividade que envolve tratamento no RNm ou no RAI diferenciam-se pela forma como o RAI é mobilizado na determinação das incógnitas. Devido à proximidade do custo cognitivo empregado nessas duas atividades, podemos concluir que 41,72% das questões do LD na DEq restringem-se ao emprego de propriedades operatórias para resolver equações.

¹⁰ Na referida pesquisa a fundamentação teórica adotada foi o Modelo 3UV (os Três Usos das Variáveis), proposto por Ursini et al (2005), que evidencia a álgebra através das distintas utilizações das letras: a letra como incógnita, como generalização dos números e como variável funcional. O Modelo 3UV expõe a generalização dos números envolvendo a aritmética generalizada e a funcional, de acordo com a classificação disposta pelos PCN de Matemática. (BELTRAME, 2009).

Ao analisar as conversões propostas na dimensão da álgebra como equação, observamos que, assim como ocorreu nos tratamentos, o registro mais enfatizado é o RNm (12,46%). Apesar do baixo índice de conversões (16,70%) nessa dimensão, dos dezoito (18) sentidos distintos desse tipo de transformação, nove (09) convergem para o RNm (10,11%) e dois (02) partem desse mesmo registro (0,10%); em um (01) ele é tomado como registro intermediário (2,25%).

O segundo registro privilegiado por conversões na dimensão da álgebra como equações foi o RGe (9,47%) por meio de problemas propostos na língua natural, que são modelados por expressões algébricas e envolvem a representação geométrica ao abordar os conceitos de: área, volume, perímetro, diagonal, ângulo, ângulos opostos pelo vértice, teorema de Tales, soma de ângulos de regiões poligonais fechadas, congruência de figuras planas, Relação de Euler, Teorema de Pitágoras.

Cabe ressaltar, ainda, que a diferença percentual entre as atividades de tratamento (41,82%) e conversão (16,70%) na dimensão da álgebra como equações é influenciada pela necessidade de realizar transformações internas a um sistema representacional para então determinar o valor da incógnita. Isso se deve ao fato de que muitas atividades propostas demanda tratamentos e conversões em uma mesma questão.

Após a dimensão equacional, a dimensão da álgebra com maior índice de ocorrência é a estrutural, majoritariamente com tratamentos no RAI (Tabela 04), pois, das 29,65% das atividades, apenas 0,39% envolvem a transformação de conversão.

Tabela 04: Atividades na dimensão da álgebra como estrutural no LD

D	Registros Mobilizados	Total na Dimensão	Porcentagem Total Dimensão	Porcentagem na Dimensão Transformação	Porcentagem no Livro	Total Livro	Porcentagem
DEt	RAI	599	98,68	100,00	29,26	599	29,26
	RAI→RLN	4	0,66	50,00	0,20	8	0,39
	RLN→RAI	4	0,66	50,00	0,20		
Total de atividades do livro						607	29,65

FONTE: De nossa autoria, baseado em Dante (2010)

Contudo, vale ressaltar que esse dado não é “anormal”, pois é característica da dimensão estrutural abordar a álgebra como um objeto abstrato priorizando o uso de conceitos e propriedades por meio de cálculos algébricos, fatorações, simplificações, redução de termos semelhantes e operações matemáticas, o que pode conduzir a um percentual menor de conversões.

No entanto, o quantitativo de conversões é praticamente inexpressivo, tendo em vista que, das duas mil e quarenta e sete (2047) atividades propostas no LD e classificadas em uma

das dimensões da álgebra, apenas oito (08) requerem conversão envolvendo os RAI e RLN, sendo quatro (04) $RAI \rightarrow RLN$ e quatro (04) $RLN \rightarrow RAI$.

Esse quantitativo induz a concluir que tal dimensão é trabalhada com ênfase nos monorregistros, isto é, “as transformações mantêm-se em um mesmo sistema de representação semiótica” (MORETTI, 2003, p. 150).

Considerações Finais

O presente trabalho propôs investigar se e como os registros de representação semiótica são mobilizados nas atividades propostas pelo livro didático *Tudo é Matemática* (DANTE, 2010) do 8º ano do Ensino Fundamental ao enfatizar as dimensões da álgebra: equações e estrutural.

A atual pesquisa está fundamentada na teoria dos registros de representação semiótica discutida por Duval (2003, 2009, 2011) e nas dimensões da álgebra apresentadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998). Para tanto, apropriamos da análise de conteúdo segundo Bardin (2010).

Ao analisarmos o LD, obtivemos quantitativos referentes a atividades em todas as dimensões, contemplando as transformações de tratamento e conversões (Quadro 01).

Quadro 01: Registros de representação semiótica mobilizados nas distintas dimensões da álgebra, por meio de tratamento e conversão

	DEq	DEt
Tratamento	RAI, RGe, RNm e RSb	RAI
Conversão	RGe \leftrightarrow RNm, RLN \leftrightarrow RNm, RLN \rightarrow RAI, RLN \rightarrow RGe, RLN \rightarrow RGe \rightarrow RAI, RLN \rightarrow RGe \rightarrow RNm, RGe \rightarrow RAI, RAI \rightarrow RNm, RLN \rightarrow RAI \rightarrow RNm, RFg \rightarrow RNm, RFg \rightarrow RAI, RLN \rightarrow RGe \rightarrow RAI \rightarrow RNm, RFg \rightarrow RAI \rightarrow RNm, RGe \rightarrow RAI \rightarrow RNm, RAI \rightarrow RGe \rightarrow RNm, RAI \rightarrow RNm \rightarrow RSb, RAI \rightarrow RSb \rightarrow RGe, RLN \rightarrow RAI \rightarrow RNm \rightarrow RSb.	RAI \leftrightarrow RLN

FONTE: De nossa autoria, baseado em Dante (2010)

Por meio da análise da resolução de todas as atividades do LD, verificamos que as questões que proporcionam o desenvolvimento do pensamento algébrico priorizam a dimensão da álgebra como equações, seguida da dimensão estrutural.

A principal característica da dimensão da álgebra como equações é que se manipula o registro algébrico e apresenta-se uma solução no registro numérico. Essa é uma das premissas que muitos alunos utilizam ao propor a solução de um problema matemático, que é necessário operar algebricamente e aritmeticamente com os dados enunciados na questão.

Já a dimensão estrutural da álgebra consiste nas estruturas que fundamentam a escrita algébrica, explicando conceitos e propriedades deste objeto matemático. A variável assume a função de símbolo arbitrário.

Contudo, dentre as atividades categorizadas na dimensão equacional da álgebra 41,82% presentes no LD restringem-se ao emprego de tratamento entre as transformações de registros. Em se tratando das conversões observamos que apresenta baixo índice (16,70%), no entanto proporciona dezoito (18) sentidos distintos desse tipo de transformação. Podemos destacar que semelhantemente a dimensão equacional a dimensão estrutural privilegia majoritariamente os tratamentos nas atividades propostas no LD.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. Lisboa, Portugal: Edições 70, Lda, 2010.

BARRETO, Beatriz de Castro. MONTEIRO, Cristina G. de Góes. Professor, Livro Didático e Contemporaneidade. IN: **Revista Pesquisa e Discurso**. Rio de Janeiro: PUC, 2008.

BELTRAME, Juliana Thais. **A Álgebra nos livros didáticos: um estudo dos usos das variáveis, segundo o modelo 3UV**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). São Paulo: PUC, 2009. 157 f.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação Matemática**. 3 ed. 2. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

BRASIL. **Ministério da Educação e do Desporto**. Catálogo do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio (PNLEM). Brasília: SEF, 2007.

BRASIL, Secretaria de Educação Básica. **Guia de livros didáticos**: PNLD 2011: Matemática. Brasília: MEC/SEB/FNDE, 2010.

BRASIL, Secretaria de Educação Básica. **Guia de livros didáticos**: PNLD 2008: Matemática. Brasília: MEC/SEB/FNDE, 2007.

BRASIL, Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEF, 2006.

BRASIL, Secretaria de Educação Básica. **PCN+ Ensino Médio**: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/Semtec, 2002.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

COLOMBO, Janecler Aparecida Amorin; BUEHRING, Roberta Schnorr; MORETTI, Mércles Thadeu. Registros de Representação Semiótica, tarefas e análises de dados: articulação em torno do currículo de matemática. In: **Revemat** – Revista Eletrônica de Educação Matemática. V4.8, p. 90-113, UFSC: 2009.

COLOMBO, Janecler Aparecida Amorin; FLORES, Claudia Regina; MORETTI, Mércles Thadeu. Registros de Representações Semiótica nas pesquisas brasileiras em Educação Matemática: pontuando tendências. In: **Zetetiké** – CEMPEM. V.16, n. 29, p. 41-72, Unicamp: 2008.

DANTE, Luís Roberto. **Tudo é Matemática** (7ª série – Livro do Professor). 2ª ed. 4ª impressão. São Paulo: Ática, 2010.

DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Aprendizagem Matemática**: Registros de Representação Semiótica. Campinas, SP: Papyrus, 2003.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e Pensamento Humano**: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Trad. Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

DUVAL, Raymond. **Ver e Ensinar a Matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas/ organização: Tânia M. M. Campos [tradução Marlene Alves Dias] Raymond.Duval. São Paulo: PROEM, 2011.

FIorentini, Dario; Miorim, Maria Ângela; Miguel, Antônio. **Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar**. Pro-Posições, v. 4, n. 1(10), p. 78-91, mar. 1993.

Kieran, Carolyn. The Learning and Teaching of school algebra. In **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. Douglas A. Grows (ed). New York: Macmillan, 1992, p.390-419.

Moretti, Mércles Thadeu. A translação como recurso no esboço de curvas por meio da interpretação global de propriedades figurais. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Aprendizagem Matemática: Registros de Representação Semiótica**. Campinas, SP: Papirus, 2003.

Moretti, Mércles Thadeu. O Papel dos Registros de Representação na Aprendizagem de Matemática. In: **Contrapontos**. Ano 2 – n. 6 – p. 343-362. Itajaí/SC, set./dez. 2002.

Usiskin, Zalman. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações de variáveis. **IN: As ideias da Álgebra**. Organizadores: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.